



## Lösung zur Klausur Flugmechanik 2 SS 2006

Datum: 30.06.2006

### 1. Klausurteil

1.1) Nennen Sie die entsprechende Bezeichnung folgender Luftfahrtausdrücke in deutscher Sprache.

1.	stability	Stabilität
2.	control	Regelung, Steuerbarkeit
3.	stability axis system	Stabilitätsachsensystem
4.	state coefficient matrix	Systemmatrix
5.	stability derivatives	Stabilitätsbeiwerte
6.	eigenvalue	Eigenwert
7.	eigenvector	Eigenvektor
8.	s-plane	s-Ebene
9.	spiral mode	Spiralbewegung
10.	gust	Böe
11.	root loci plot	Wurzelortskurve
12.	steady-state frequency response	Frequenzantwort

1.2) Nennen Sie die entsprechende Bezeichnung folgender Luftfahrtausdrücke in englischer Sprache. Schreiben Sie deutlich, denn falsche oder unleserliche Schreibweise ergibt Punktabzug!

1.	Zustandsraum	state space
2.	Zustandsgleichung	state equation
3.	Stabilitätsbeiwert	stability derivative
4.	Übertragungsfunktion	transfer function
5.	Annahme	assumption
6.	Anstellwinkelschwingung	short period oscillation
7.	Phygoide	phugoid
8.	Rolldämpfung	rolling subsidence mode
9.	Taumelschwingung	dutch roll mode
10.	Regelkreis	control loop
11.	BODE-Diagramm	BODE plot
12.	Flugregelung	flight control

1.3) Wie ist ein positiver Höhenruderausschlag definiert? Wie ist ein positiver Schiebewinkel definiert?

Positiver Höhenruderausschlag: Hinterkante abgesenkt.

Positiver Schiebewinkel: Anströmung von rechts vorne.

- 1.4) Gegeben sind der Anstellwinkel  $\alpha$  und der Bahnwinkel  $\gamma$ . Berechnen Sie den Nicklagewinkel  $\theta$ ?

$$\theta = \alpha + \gamma$$

- 1.5) Nennen Sie die EULER-Winkel!

Rollwinkel (Hängewinkel, Querneigungswinkel):  $\Phi$

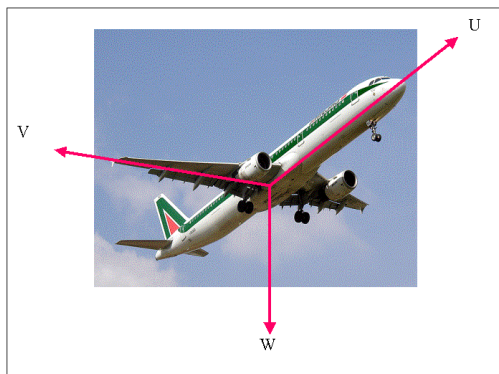
Nicklagewinkel (Längsneigungswinkel):  $\Theta$

Richtungswinkel (Azimut):  $\Psi$

- 1.6) Ergänzen Sie bitte die folgende Tabelle mit den Namen von Variablen der Flugdynamik:

<i>Geschwindigkeiten</i>	<i>Rollraten</i>	<i>Kräfte</i>	<i>Momente</i>
<i>U</i>	<i>P</i>	<i>X</i>	<i>L</i>
<i>V</i>	<i>Q</i>	<i>Y</i>	<i>M</i>
<i>W</i>	<i>R</i>	<i>Z</i>	<i>N</i>

- 1.7) Skizzieren Sie ein Flugzeug und tragen Sie die Geschwindigkeiten  $U$ ,  $V$  und  $W$  ein!



- 1.8) Wie lautet die Zustandsgleichung?

$$\dot{\vec{x}} = A \vec{x} + B \vec{u}$$

Zustandsvektor (state vector):  $\vec{x}$

Steuervektor (control input vector):  $\vec{u}$

Systemmatrix (state coefficient matrix):  $A$

- 1.9) Wie ist der Stabilitätsbeiwert  $Z_w$  definiert?

$$Z_w = \frac{1}{m} \frac{\partial Z}{\partial w}$$

- 1.10) Welche Bedeutung hat der Stabilitätsbeiwert  $L_{\delta_A}$ ?

Der Beiwert gibt das Rollmoment an in Abhängigkeit des Querruderausschlags. Es handelt sich also um die Querruderwirksamkeit.

- 1.11) Welches Vorzeichen erwarten Sie für den Stabilitätsbeiwert  $L_{\delta_A}$ ? Begründung!

Erwartet wird ein positives Vorzeichen des Beiwertes. Wenn das linke Querruder positiv ausschlägt also nach unten, dann wird das Flugzeug mit einem Rollmoment nach rechts reagieren. Das entspricht einem positiven Rollmoment.



18.) Was ist der Unterschied zwischen "flying qualities" und "handling qualities"?

"flying qualities" sind gekennzeichnet durch Parameter der Flugdynamik wie z. B. Dämpfungsgrad und Frequenz. "flying qualities" kann man berechnen.

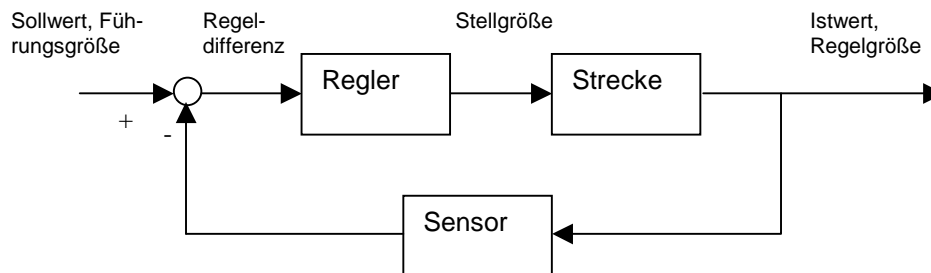
"handling qualities" beschreiben das vollständige Flugverhalten aus Sicht des Piloten und geben an, wie leicht der Pilot die ihm gestellte Aufgabe mit dem Flugzeug fliegen kann. "handling qualities" kann man durch systematische Pilotenbefragungen ermitteln (Cooper-Harper rating).

"handling qualities" umfassen also mehr Einflüsse des Flugzeugs als nur die "flying qualities" (zusätzlich z. B. die Sicht aus dem Cockpit, Instrumentierung, ...). Trotzdem ist es möglich "handling qualities" näherungsweise aus den "flying qualities" vorherzusagen.

19.) Durch welchen Parameter wird die Eigenform "Rolldämpfung" (roll mode) nach MIL-F-8785 C beschrieben?

1. Durch die Zeitkonstante der Rollbewegung.
2. Durch die Zeit, die benötigt wird um einen bestimmten Hängewinkel zu erreichen.

20.) Zeichnen Sie einen einfachen Regelkreis mit Regler, Strecke und Sensor! Benennen Sie die regelungstechnischen Größen!



## 2. Klausurteil

### Aufgabe 2.1

Ein zweimotoriges Flugzeug der Allgemeinen Luftfahrt ist im Reiseflug charakterisiert durch folgende Parameter und Beiwerte:

Flughöhe: 6500 m; Machzahl: 0.345; Fluggeschwindigkeit: 105 m/s

$$X_u = -0.018$$

$$Z_q = -0.012$$

$$M_q = -7.2$$

$$X_\alpha = 18.34$$

$$Z_{\delta_E} = -3.1$$

$$M_{\delta_E} = -34.85$$

$$X_{\delta_E} = -0.052$$

$$M_u = 0.003$$

$$Z_u = -0.005$$

$$M_\alpha = -38.43$$

Hinweis: Die Beiwerte sind in SI-Einheiten gegeben.

$$Z_w = -1.234$$

$$M_{\dot{w}} = 0.0$$

- a) Wie lautet die Systemmatrix  $\mathbf{A}$  der Längsbewegung in allgemeiner Form? Wie sind die Elemente von  $\mathbf{A}$  definiert? Wie lautet  $\mathbf{A}$  mit den konkreten Zahlenwerten dieser Aufgabe? Der Zustandsvektor sei dabei

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \end{bmatrix}.$$

Allgemein:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} X_u & X_w & 0 & -g \\ Z_u & Z_w & U_0 & 0 \\ \tilde{M}_u & \tilde{M}_w & \tilde{M}_q & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Speziell definiert sind dabei:

$$\tilde{M}_u = M_u + M_{\dot{w}} Z_u$$

$$\tilde{M}_w = M_w + M_{\dot{w}} Z_w$$

$$\tilde{M}_q = M_q + U_0 M_{\dot{w}}$$

$$X_w = X_\alpha / U_0$$

Mit Zahlenwerten lautet  $\mathbf{A}$ :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -0.018 & 0.1747 & 0 & -9.81 \\ -0.005 & -1.234 & 105 & 0 \\ 0.003 & -0.366 & -7.200 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

- b) Wie lautet die charakteristische Gleichung der Längsbewegung?

MATLAB:

eigen\_long = poly(Along) ergibt:

```
1.0000    8.4520   47.4675    0.8324    0.0543
```

das bedeutet:

$$1.0000 s^4 + 8.4520 s^3 + 47.4675 s^2 + 0.8324 s + 0.0543 = 0$$

- c) Berechnen Sie die Eigenwerte der Längsbewegung! Ordnen Sie die bekannten Eigenformen der Längsbewegung den Eigenwerten zu! Machen Sie Aussagen zur Stabilität!

MATLAB:

roots(ans) oder eig(Along) ergibt:

```
-4.2173 + 5.4345i    <- Anstellwinkelschwingung (Short Period Mode)
-4.2173 - 5.4345i
-0.0087 + 0.0327i    <- Phygoide (Phugoid)
-0.0087 - 0.0327i
```

Beide Eigenformen sind stabil, weil sich die Pole in der linken s-Ebene befinden.

- d) Wie lautet die charakteristische Gleichung der Anstellwinkelschwingung? Welchen Wert haben Kreisfrequenz und Dämpfungsgrad?

MATLAB:

denum\_sp = poly(eigen\_long(1:2)) liefert die charakteristische Gleichung zu den ersten beiden Polen, die zur Anstellwinkelschwingung gehören:

```
1.0000    8.4346   47.3197
```

das bedeutet:

$$1.0000 s^2 + 8.4346 s + 47.3197 = 0$$

MATLAB:

```
Kreisfrequenz:    omega_sp = sqrt(denum_sp(3)) = 6.8789 1/s
Dämpfungsgrad:    zeta_sp = denum_sp(2)/2/omega_sp = 0.6131
```

- e) Wie lautet die charakteristische Gleichung der Phygoide? Welchen Wert haben Kreisfrequenz und Dämpfungsgrad?

MATLAB:

denum\_ph = poly(eigen\_long(3:4)) liefert die charakteristische Gleichung zu den beiden Polen Nummer 3 und 4, die zur Phygoide gehören:

```
1.0000    0.0174    0.0011
```

das bedeutet:

$$1.0000 s^2 + 0.0174 s + 0.0011 = 0$$

MATLAB:

```
Kreisfrequenz:    omega_ph = sqrt(denum_ph(3)) = 0.0339 1/s
Dämpfungsgrad:    zeta_ph = denum_ph(2)/2/omega_ph = 0.2567
```

f) Welchen Wert erhalten Sie für den Control Anticipation Parameter, CAP?

MATLAB:

nzalpha = -U0/g\*Zw = 13.2080

CAP = omega\_sp^2/nzalpha = 3.5827 1/s^2

g) Bewerten Sie die Längsbewegung gemäß Mil-F-8785 C!

- "Allgemeine Luftfahrt" => vermutlich Class I (ist aber unerheblich für die Lösung)
- Reiseflug: Flugphase B

Bewertung nach CAP: Level 1

Bewertung der Phygoide:  $\zeta_{ph} = 0.2567 > 0.04$  => Level 1

Bewertung der Anstellwinkelschwingung:  $\zeta_{sp} = 0.6131$

$0.3 < \zeta_{sp} < 2.0$  => Level 1

Gesamtbewertung: Level 1

## Aufgabe 2.2

Die Systemmatrix **A** der Seitenbewegung des zweimotorigen Flugzeugs aus Aufg. 2.1 im Reiseflug lautet:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -0.1840 & 0 & -1 & 0.0934 \\ -5.3300 & -2.3300 & 0.3100 & 0 \\ 6.3300 & -0.1700 & -0.3140 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{bei einem Zustandsvektor } \bar{x} = \begin{bmatrix} \beta \\ p \\ r \\ \phi \end{bmatrix} .$$

a) Berechnen Sie die Eigenwerte der Seitenbewegung! Ordnen Sie die bekannten Eigenformen der Seitenbewegung den Eigenwerten zu! Welche Eigenformen sind stabil, welche sind instabil?

MATLAB:

eigen\_lat = eig(Alat) ergibt:

-0.1917 + 2.5750i <- Taumelschwingung (Dutch roll mode): stabil

-0.1917 - 2.5750i

-2.4462 <- Rolldämpfung (rolling subsidence mode): stabil

0.0017 <- Spiralbewegung (spiral mode): leicht instabil,  
weil in rechter s-Ebene

b) Berechnen Sie die Zeit bis zur Verdopplung (time to double) des Hängewinkels in der Spiralbewegung!

MATLAB:

t\_double = log(2)/eigen\_lat(4) = 419.1596 s

**Aufgabe 2.3**

Das zweimotorigen Flugzeugs aus Aufg. 2.1 fliegt im Reiseflug in eine Vertikalböe ein, die das Flugzeug plötzlich (!) von unten trifft. Die Vertikal-Böe hat eine Stärke von 10 m/s. Nach 10 s hat das Flugzeug die Vertikal-Böe durchflogen und fliegt wieder in ruhiger Luft.

- a) Wie lautet der Zähler der vollständigen Übertragungsfunktion (ohne weitere Vereinfachungen), mit der die Änderung der Flughöhe  $h$  des Flugzeugs aus dieser Böenanregung berechnet werden kann?

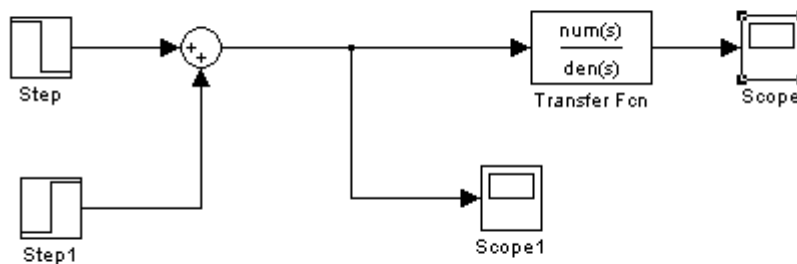
$$N_{w_g}^h = \frac{1}{s} \left\{ \begin{array}{l} Z_w s^3 + [-2Z_w M_q + X_w Z_u - Z_w X_u] s^2 \\ + \left[ -2M_q (X_w Z_u - Z_w X_u) - g Z_u \left( M_w - \frac{M_q}{U_0} \right) \right] s \\ - g (Z_u M_w - M_u Z_w) \end{array} \right\}$$

- b) Wie lautet der Nenner der vollständigen Übertragungsfunktion (ohne weitere Vereinfachungen)?

Aus Aufgabe 2.1 b):

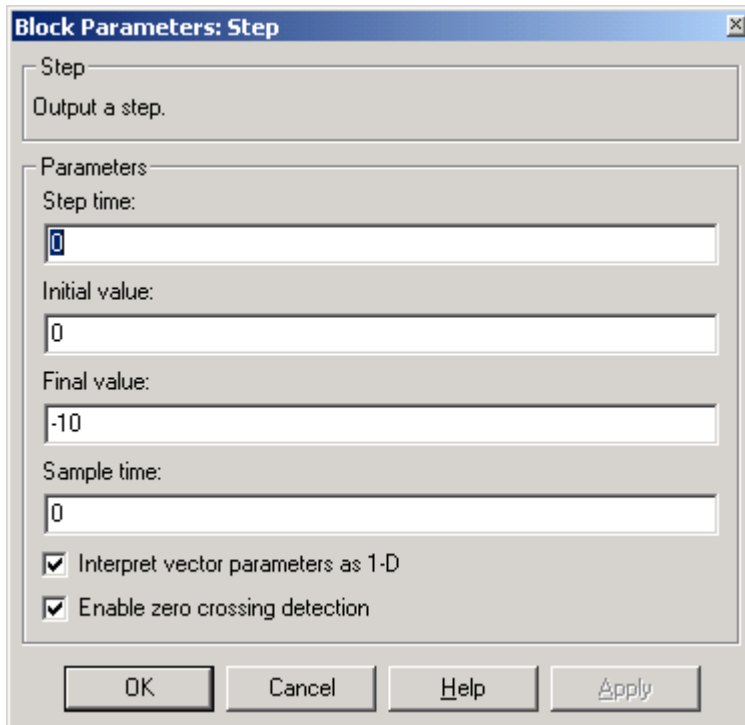
$$1.0000 s^4 + 8.4520 s^3 + 47.4675 s^2 + 0.8324 s + 0.0543$$

- c) Erstellen Sie eine Simulink-Modell, um die beschriebene Flugsituation zu simulieren. Skizzieren Sie das Blockschaltbild auf Papier!





- d) Führen Sie die Simulation durch. Beschreiben Sie das Simulationsergebnis (machen Sie eine Skizze des Plots auf Papier). Interpretieren Sie das Ergebnis! Was bedeutet das, was Sie als Plot sehen?



**Block Parameters: Step**

Step  
Output a step.

Parameters

Step time:  
0

Initial value:  
0

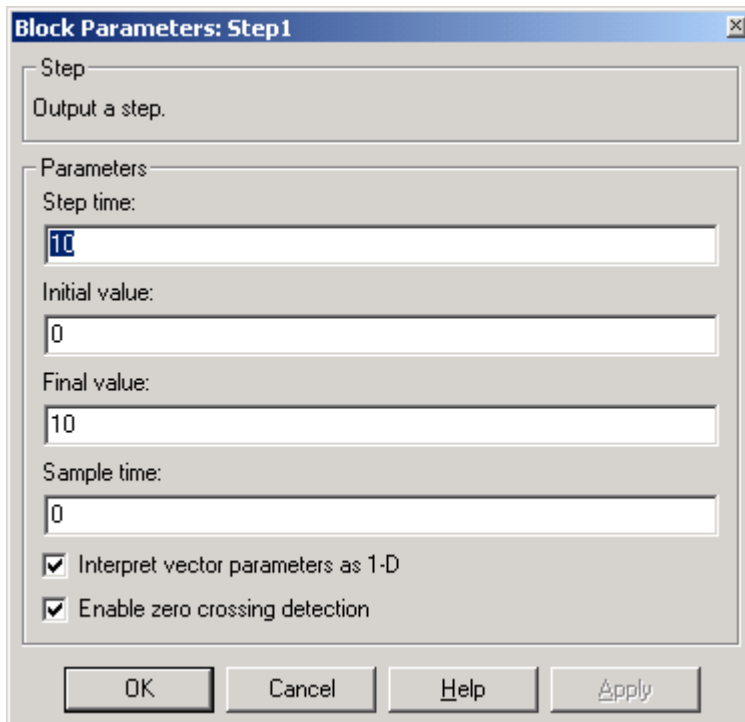
Final value:  
-10

Sample time:  
0

Interpret vector parameters as 1-D

Enable zero crossing detection

OK Cancel Help Apply



**Block Parameters: Step1**

Step  
Output a step.

Parameters

Step time:  
10

Initial value:  
0

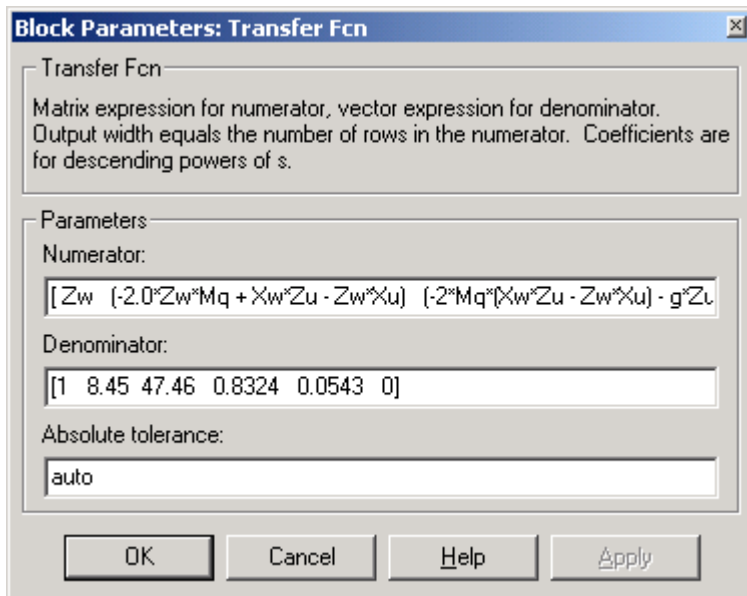
Final value:  
10

Sample time:  
0

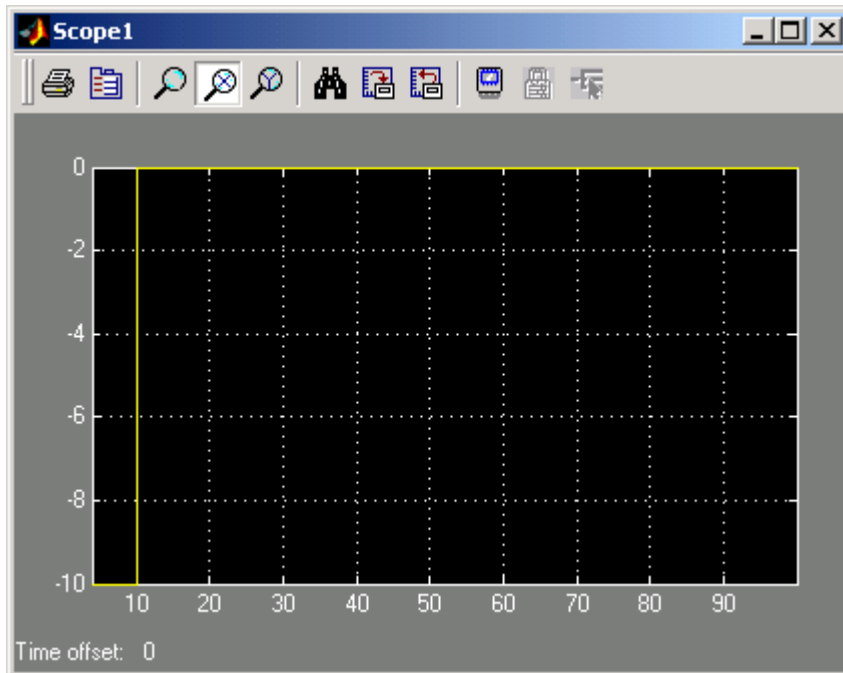
Interpret vector parameters as 1-D

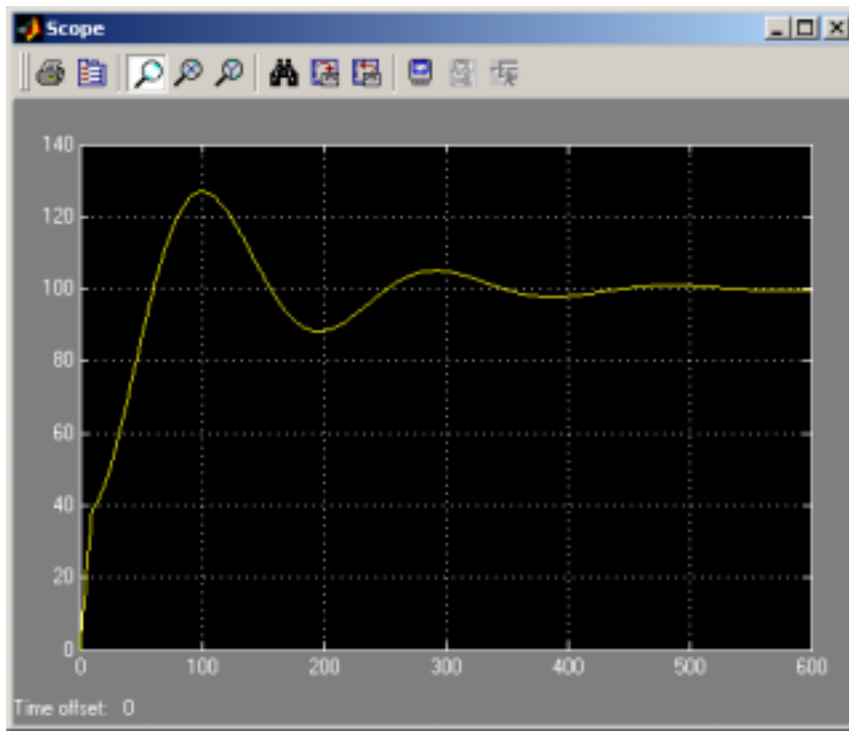
Enable zero crossing detection

OK Cancel Help Apply

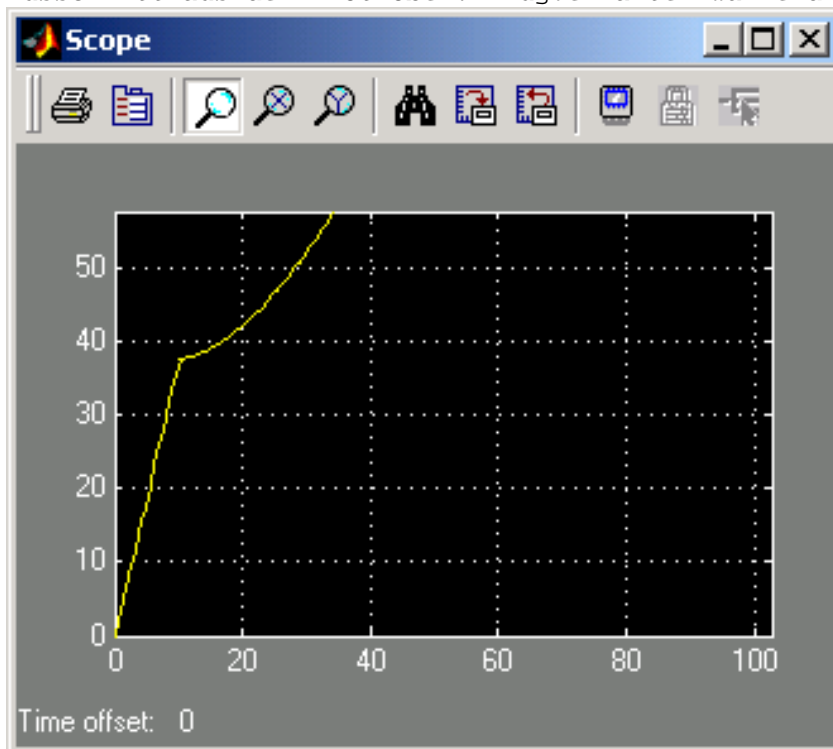


$$\begin{bmatrix} Zw & (-2.0*Zw*Mq + Xw*Zu - Zw*Xu) & (-2*Mq*(Xw*Zu - Zw*Xu) + g*Zu*Mq/U0) \\ -g*(Zu*Mw - Mu*Zw) & & \end{bmatrix}$$





Ausschnitt aus dem Plot oben. Flugverhalten während der Anregung:



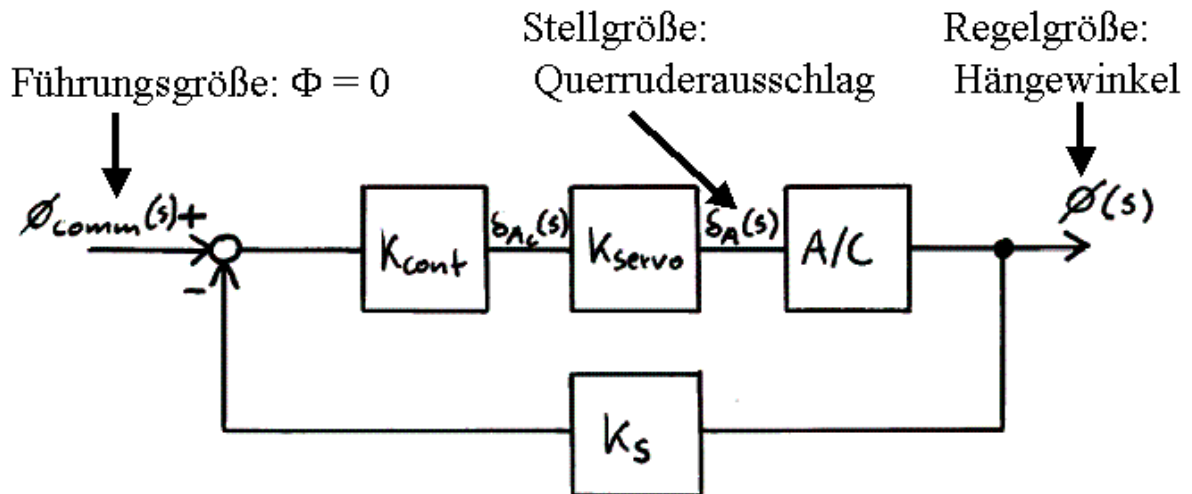
Die Vertikalbö hebt das Flugzeug und regt die Phygoide an.

Aus der Periode von etwa 180 Sekunden kann man die Kreisfrequenz errechnen und erhält mit  $0.0349 \text{ 1/s}$  etwa den gleichen Wert wie nach Aufgabe 2.1) e). Man sieht das die Phygoide - wie erwartet - stabil ist.

Nach ca. 10 Minuten ist die Phygoide abgeklungen. Das Flugzeug fliegt jetzt in neuer konstanter Höhe, die 100 m höher ist als die Ausgangshöhe.

**Aufgabe 2.4**

Ein einfacher Autopilot soll dafür sorgen, dass die Flächen im Geradeausflug immer horizontal liegen. Unterbreiten Sie einen Vorschlag für diesen einfachen Regler und skizzieren Sie den Regelkreis! Benennen Sie die Regelgröße (Istwert), die Stellgröße und den Wert der Führungsgröße (Sollwert)!



- The roll angle control system uses the ailerons.
- A "wing leveller" can be obtained if the input signal  $\Phi_{comm}(s) = 0$ .

**Aufgabe 2.5**

Zusätzlich zu der Systemmatrix **A** der Seitenbewegung des zweimotorigen Flugzeugs aus Aufg. 2.2 ist die Eingangsmatrix **B** für eine Seitenrudereingabe gegeben. Die Taumelschwingung (Dutch Roll) soll durch das Seitenruder gedämpft werden.

- a) Wenn das Flugzeug eine positive Giergeschwindigkeit aufweist, in welche Richtung muss das Seitenruder ausgeschlagen werden, um die Bewegung zu dämpfen?
- Positive Giergeschwindigkeit bedeutet ein Gieren nach rechts.
  - Um ein entgegengesetztes Giermoment auszuüben (nach links) muss das Seitenruder dann nach links ausschlagen.
  - Dieser Seitenruderausschlag ist positiv definiert.

- b) Erstellen Sie die Wurzelortskurve. Welcher Verstärkungsfaktor  $k$  müsste gewählt werden, um einen Dämpfungsgrad der Taumelschwingung von 0.9 zu erhalten?

$$B = \begin{bmatrix} 0.045 \\ 1.6 \\ -3.33 \\ 0 \end{bmatrix}$$

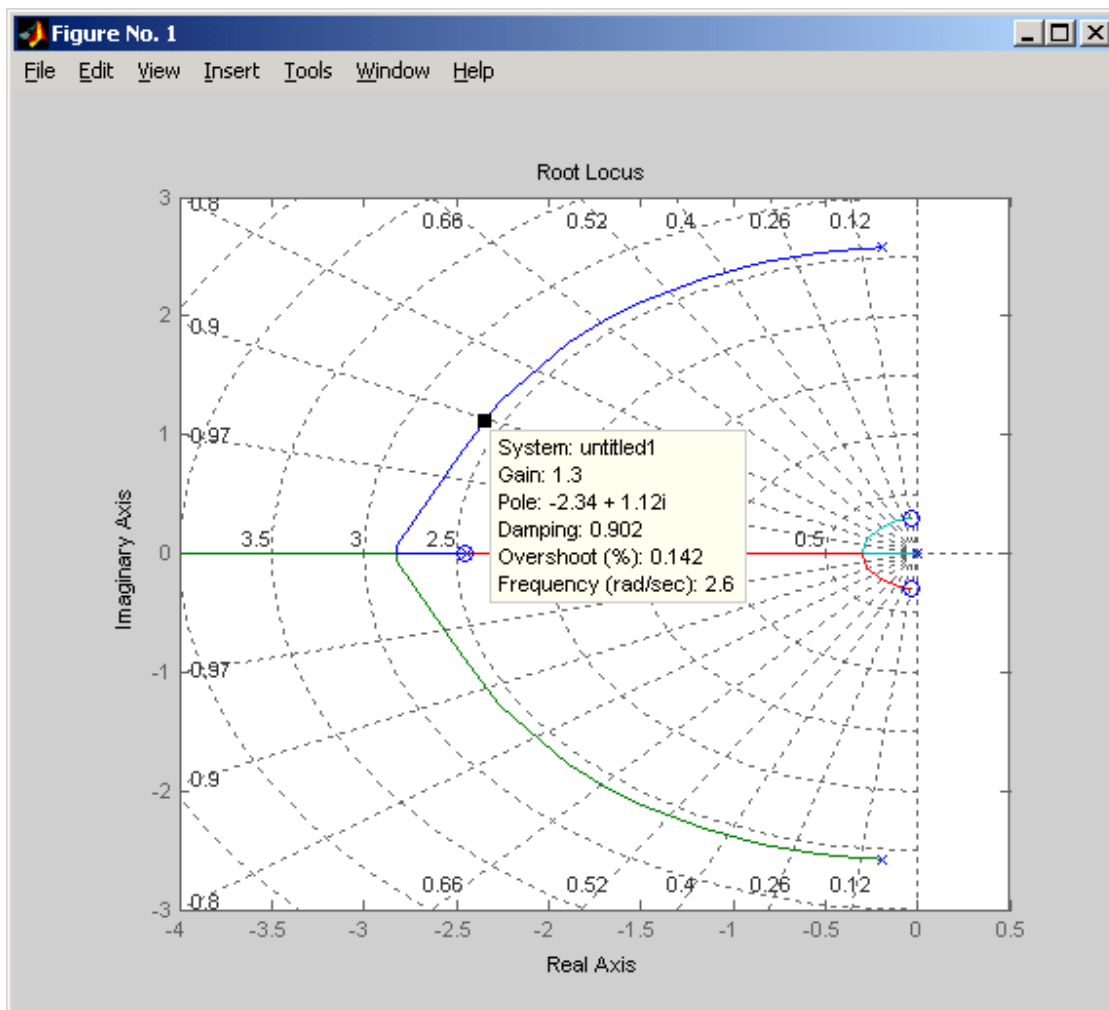
MATLAB:

```
states = {'beta' 'p' 'r' 'phi'};
inputs = {'delta_A' 'delta_R'};
outputs = {'beta' 'p' 'r' 'phi'};

sys_mimo = ss(Alat,Blat,Clat,Dlat,'statename',states,'inputname',inputs,'outputname',outputs);
sys_asiso = sys_mimo(3,2)
           % Fuer output 'r' und input 'delta_R'

rlocus(-sys_asiso)
           % MATLAB nimmt eine negative Rückführung an, also neg. Stellgröße bei pos. Regelgröße.
           % Siehe dazu jedoch Aufg. 2.5) a)
           % Das Minus-Zeichen beseitigt das Problem der Vorzeichendefinitionen.
```

Wurzelortskurve:



Ein Verstärkungsfaktor von 1.3 liefert einen Dämpfungsgrad von 0.9 !